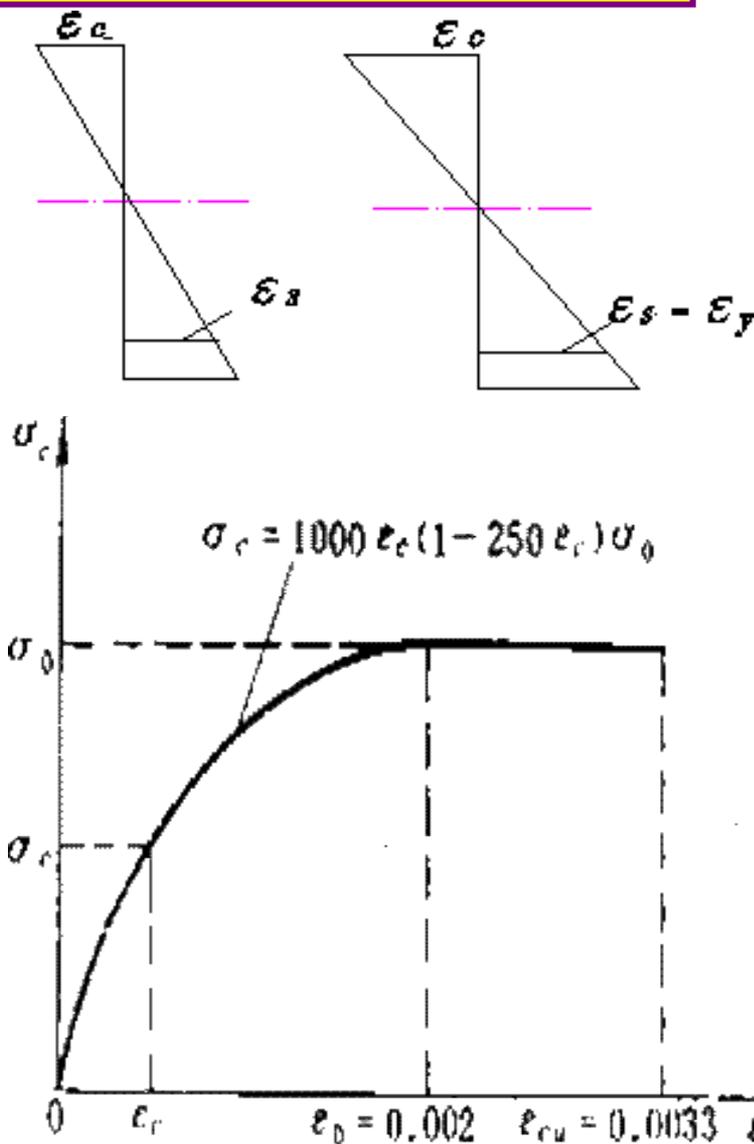


单筋矩形截面梁板正截面承载力计算

一、正截面承载力计算的一般规定

(一) 计算方法的基本假定

1. 平截面假定；
2. 不考虑受拉区砼的工作。
3. 受压区砼采用理想化的应力应变曲线。
 - (1) 当压应变 $\varepsilon_c \leq 0.002$ 时，应力与应变关系曲线为抛物线；
 - (2) 当压应变 $\varepsilon_c > 0.002$ 时，应力应变关系呈水平线，其极限压应变 $\varepsilon_{cu} = 0.0033$ 。
 - (3) 相应的最大压应力取砼轴心抗压强度设计值 f_c 。

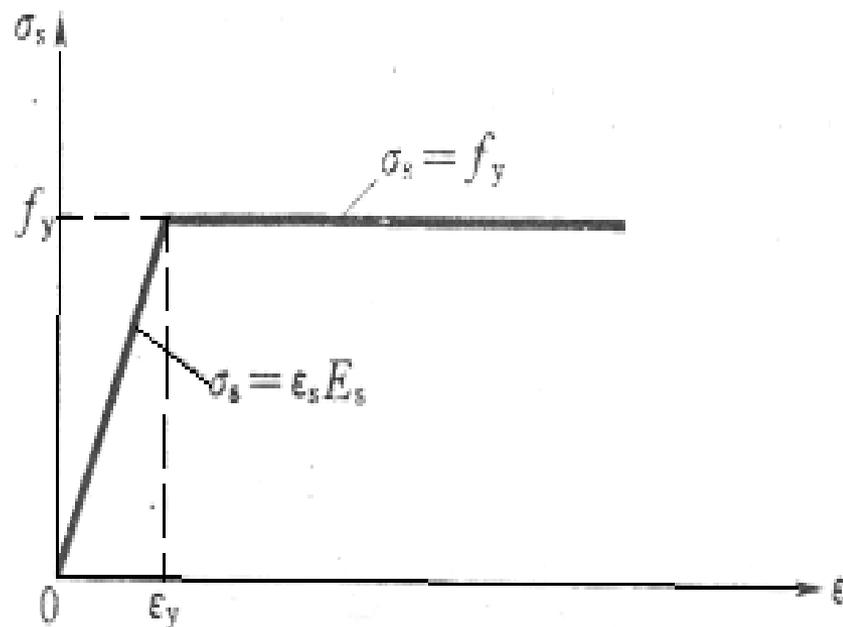


返回

4.有明显屈服点的钢筋的应力应变关系采用理想的弹塑性曲线如图所示:

(1) 即钢筋屈服前, 应力按 $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$;

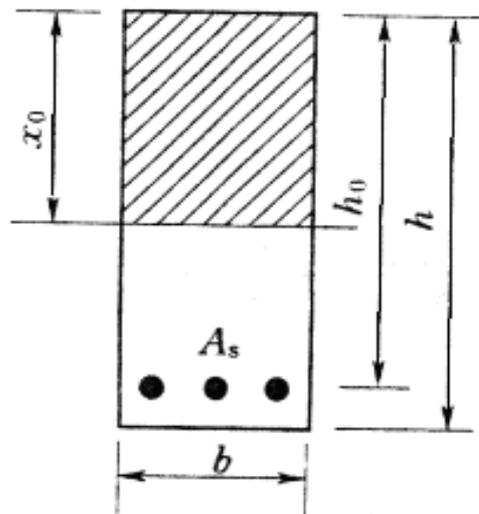
(2) 钢筋屈服后, 其应力一律取强度设计值 f_y 。



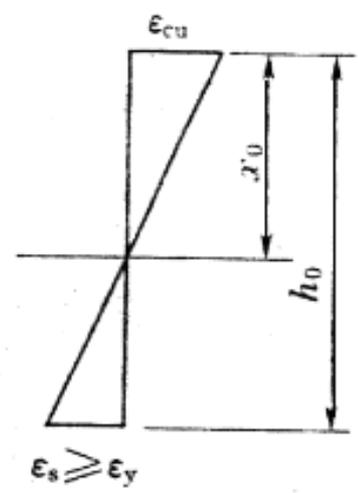
有明显屈服点
钢筋的应力应变曲线

(二) 受压区混凝土的等效应力图形

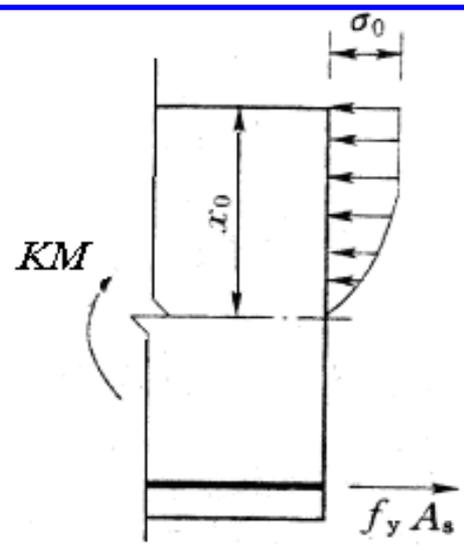
1. 截面破坏时得到的应力图形为二次抛物线，不便于计算；
2. 计算时采用等效矩形应力图形代替曲线应力图形；
3. 等效原则：
 - (1) 混凝土压应力的合力相等；
 - (2) 合力作用点位置不变的原则，
近似取 $x=0.8x_0$ ，
将其简化为等效矩形应力图形。



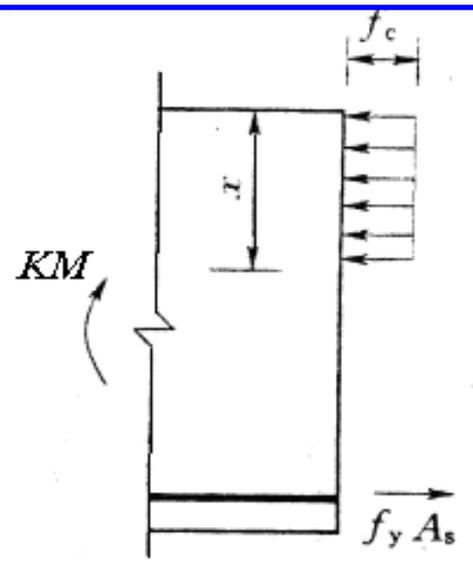
(a)



(b)



(c)



(d)

(三) 相对受压区计算高度

1. 相对受压区计算高度是等效矩形混凝土受压区计算高度 x 与截面有效高度 h_0 的比值，用 $\xi = x/h_0$ 表示。

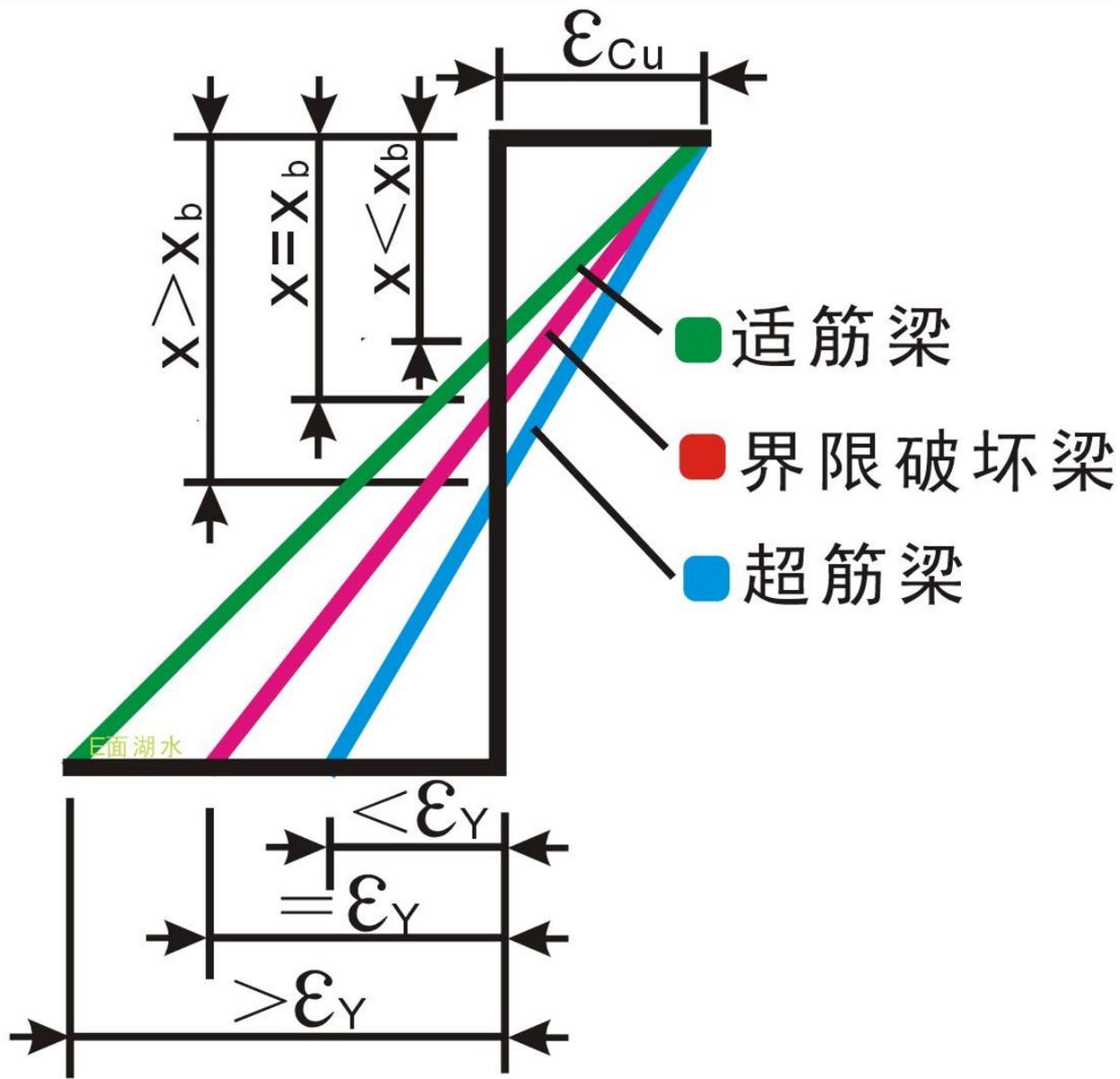
2. 当梁发生界限破坏时，即受拉钢筋屈服的同时，受压区混凝土也达到极限压应变 ε_{cu} 。

这时混凝土受压区计算高度 x_b 与截面有效高度 h_0 的比值，称为相对界限受压区计算高度 ξ_b ， $\xi_b = x_b/h_0$ 。

这临界破坏状态，就是适筋梁与超筋梁的界限。

如图所示，若实际混凝土相对受压区计算高度 $\xi < \xi_b$ ，即 $x < \xi_b h_0$ 、 $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ ，受拉钢筋可以达到屈服强度，因此为适筋破坏；

当 $\xi > \xi_b$ ，即 $x > \xi_b h_0$ 、 $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ ，受拉钢筋达不到屈服强度，因此为超筋破坏。



三种梁破坏时的应变图

混凝土强度等级	钢筋级别	ξ_b	$0.85\xi_b$	α_{smax}
$\leq C50$	HPB235	0.614	0.522	0.386
	HRB335	0.550	0.468	0.358
	HRB400	0.518	0.440	0.343

(四) 受拉钢筋配筋率

受拉钢筋的配筋率 ρ 是指受拉钢筋截面面积 A_s 与截面有效截面面积 bh_0 比值的百分率，即 $\rho = A_s / (bh_0) \times 100\%$ 。

通常用 ρ_{\max} 表示受拉钢筋的最大配筋率；

用 ρ_{\min} 表示受拉钢筋的最小配筋率。

当 $\rho > \rho_{\max}$ 时，将发生超筋破坏；

当 $\rho < \rho_{\min}$ 时，将发生少筋破坏；

当 $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$ 时，将发生适筋破坏。

为避免发生超筋破坏与少筋破坏，截面设计时，应控制受拉纵筋的配筋率 ρ 在 $\rho_{\min} \sim \rho_{\max}$ 范围内。

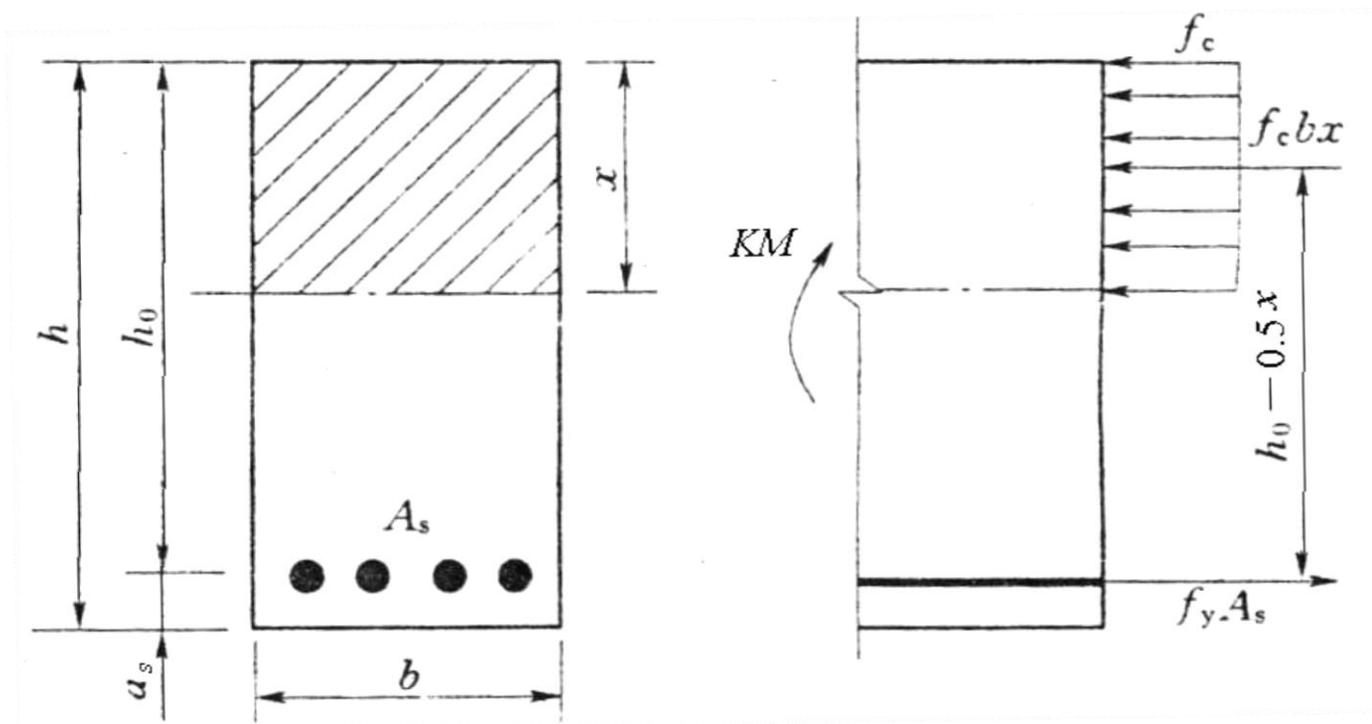
最小配筋率

项次	分 类	钢筋等级		
		HPB235	HRB335	HRB400 RRB400
1	受弯构件、偏心受拉构件的受拉钢筋 梁 板	0.25	0.20	0.20
		0.20	0.15	0.15
2	轴心受压柱的全部纵向钢筋	0.60	0.60	0.50
3	偏心受压构件的受拉或受压钢筋 柱、肋拱 墩墙、板、板拱	0.25	0.20	0.20
		0.20	0.15	0.15

二、基本公式及适用条件

(一) 基本公式

1. 计算简图

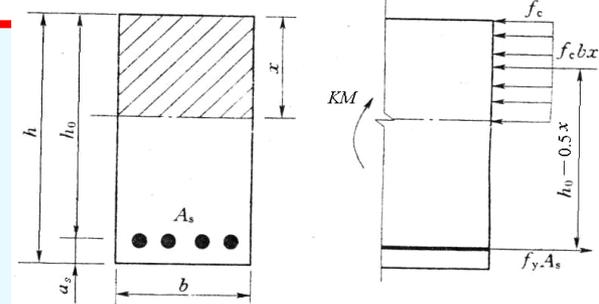


单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算简图

由截面内力平衡条件

$$\sum x = 0 \quad f_c b x = f_y A_s$$

$$\sum M = 0 \quad KM \leq f_c b x (h_0 - 0.5x)$$



为简化计算，将 $\xi = x/h_0$ 代入公式 (2-1)、(2-2)，并引入截面抵抗矩系数 α_s ，令 $\alpha_s = \xi(1 - 0.5\xi)$

则基本公式改写为：

$$KM \leq \alpha_s f_c b h_0^2$$

$$\begin{aligned} KM \leq f_c b x (h_0 - 0.5x) &= f_c b x h_0 (1 - 0.5x/h_0) \\ &= f_c b x / h_0 h_0^2 (1 - 0.5x/h_0) \\ &= f_c b \xi h_0^2 (1 - 0.5\xi) \\ &= f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) \\ &= \alpha_s f_c b h_0^2 \end{aligned}$$

$$f_c b \xi h_0 = f_y A_s$$

由式 (2-5) 可得： $\rho = \xi f_c / f_y$

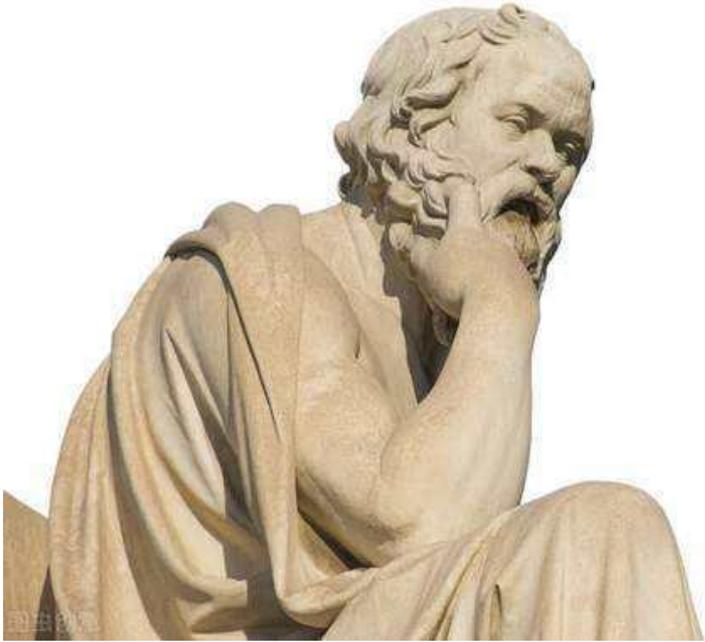
公式适用条件:

(1) $\rho \leq \rho_{\max}$ 或 $x \leq 0.85\xi_b h_0$ 或 $\xi \leq 0.85\xi_b$, 以防止发生超筋破坏,

$$\rho_{\max} = 0.85\xi_b f_c / f_y;$$

(2) $\rho \geq \rho_{\min}$, 防止发生少筋破坏。

钢筋混凝土梁板构件破坏时承担的弯矩等于同截面素混凝土梁板构件所能承担的弯矩时的受力状态, 为适筋破坏与少筋破坏的分界。



基本公式的**适用条件**实际上是适用于适筋梁，具体到**配筋率**就是，配筋率必须处在最小配筋率和最大配筋率这个范围内。

正如**任何真理**都有自己**适用的条件和范围**。在这个条件和范围内，真理是绝对的；如果超出了这个条件和范围，真理就会变成谬误，因此真理又是相对的。

三、公式应用

(一) 截面设计

1. 确定截面尺寸

根据计算经验或已建类似结构，并考虑构造及施工方面的特殊要求，拟定截面高度 h 和截面宽度 b 。

检验标准是拟定截面尺寸应使计算出的实际配筋率 ρ 处于常用配筋率范围内。

一般梁、板的常用配筋率范围如下：

现浇实心板：0.4%~0.8%

矩形截面梁：0.6%~1.5%

T形截面梁：0.9%~1.8%（相对于梁肋而言）

2.内力计算

(1) 确定合理的计算简图。梁与板的计算跨度 l_0 ，取下列各值中的较小者：

简支梁、空心板： $l_0=l_n+a$ 或 $l_0=1.05l_n$

简支实心板： $l_0=l_n+a$ ， $l_0=l_n+h$ 或 $l_0=1.1l_n$

(2) 确定弯矩设计值 M 。进行荷载的最不利组合，计算出跨中最大正弯矩和支座最大负弯矩的设计值。



返回

3.配筋计算

(1) 计算 $\alpha_s = \frac{KM}{f_c b h_0^2}$ 。

(2) 计算 $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s}$ ；验算 $\xi \leq 0.85\xi_b$ ，若不满足，将会发生超筋破坏，则应加大截面尺寸，提高混凝土强度等级或采用双筋截面。

(3) 计算 $A_s = f_c b \xi h_0 / f_y$ 。

(4) 计算 $\rho = A_s / (b h_0)$ ；验算 $\rho \geq \rho_{\min}$ ；

若 $\rho < \rho_{\min}$ ，将发生少筋破坏，这时需按 $\rho = \rho_{\min}$ 进行配筋。

截面的实际配筋率 ρ 应满足： $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$ ，最好处于梁或板的常用配筋率范围内，

如不在相应范围内，可通过调整截面尺寸，重复上述计算过程，直到满足为止。

4.选配钢筋、绘制正截面配筋图

根据附表2-1、附表2-2钢筋表，选出符合构造规定的钢筋直径、间距和根数。

实际采用的 $A_{s实}$ 一般等于或略大于计算所需要的 $A_{s计}$ ；若小于计算所需要的 $A_{s计}$ ，则应符合 $|A_{s实} - A_{s计}| / A_{s计} \leq 5\%$ 的规定。

配筋图应表示截面尺寸和钢筋的布置，按适当比例绘制。

公称直径 (mm)	不同根数钢筋的公称截面面积 (mm ²)									单根钢筋 公称质量 (kg/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
6	28.3	57	85	113	142	170	198	226	255	0.222
6.5	33.2	66	100	133	166	199	232	265	299	0.260
8	50.3	101	151	201	252	302	352	402	453	0.395
10	78.5	157	236	314	393	471	550	628	707	0.617
12	113.1	226	339	452	565	678	791	904	1017	0.888
14	153.9	308	461	615	769	923	1077	1231	1385	1.21
16	201.1	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1809	1.58
18	254.5	509	763	1017	1272	1527	1781	2036	2290	2.00
20	314.2	628	942	1256	1570	1884	2199	2513	2827	2.47
22	380.1	760	1140	1520	1900	2281	2661	3041	3421	2.98
25	490.9	982	1473	1964	2454	2945	3436	3927	4418	3.85
28	615.8	1232	1847	2463	3079	3695	4310	4926	5542	4.83
32	804.2	1609	2413	3217	4021	4826	5630	6434	7238	6.31
36	1017.9	2036	3054	4072	5089	6107	7125	8143	9161	7.99
40	1256.6	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	9.87
50	1964	3924	5892	7856	9820	11784	13748	15712	17676	15.42

(二) 承载力复核

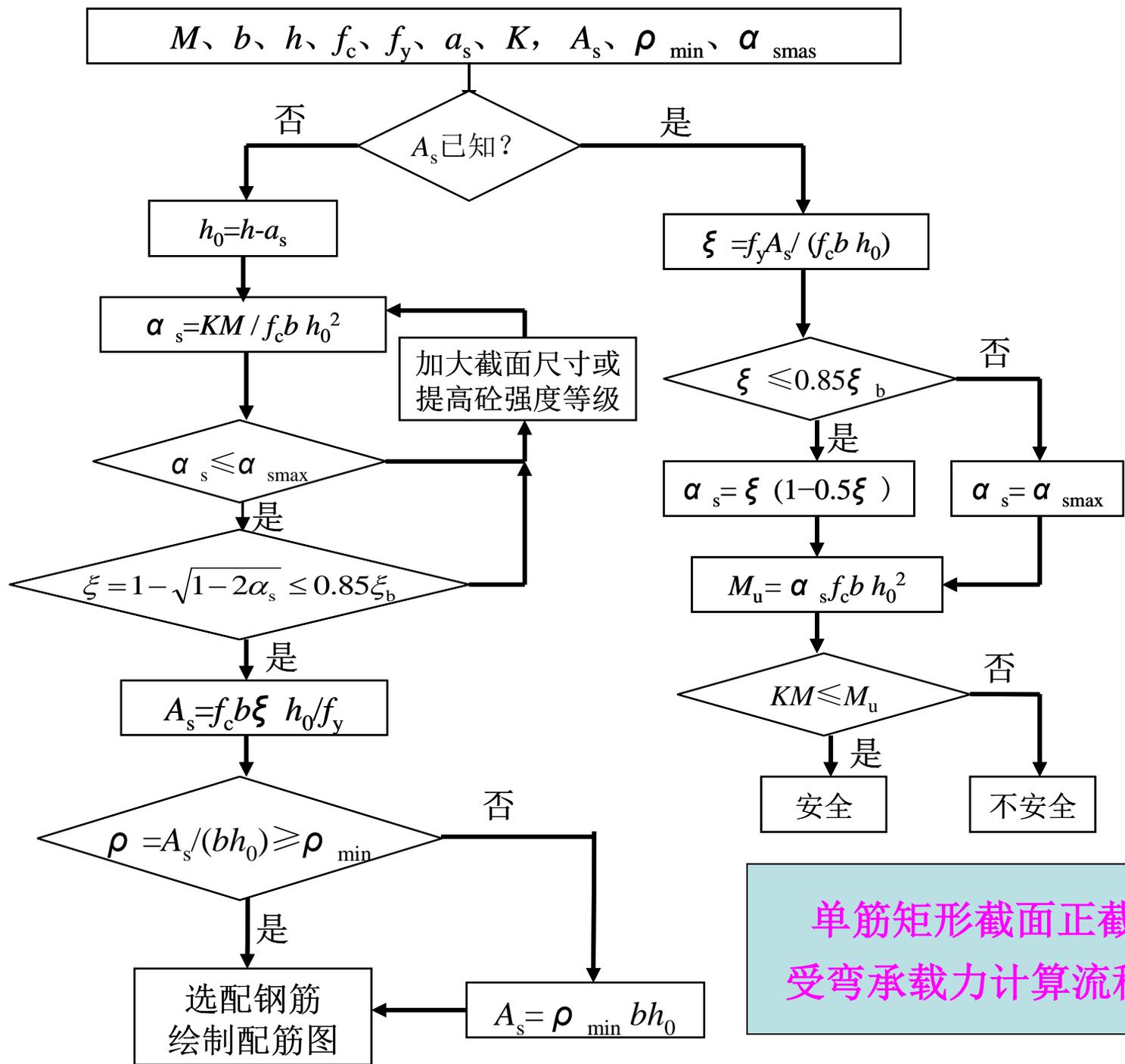
承载力复核：已知截面尺寸，受拉钢筋截面面积，钢筋级别和混凝土强度等级，验算构件正截面的承载能力。

1. 确定受压区计算高度 x $x=f_y A_s / (f_c b)$

2. 确定构件的承载力

若 $x \leq 0.85\xi_b h_0$ ，说明不会发生超筋破坏，此时，如满足公式（2-2），则构件的正截面安全，否则不安全。

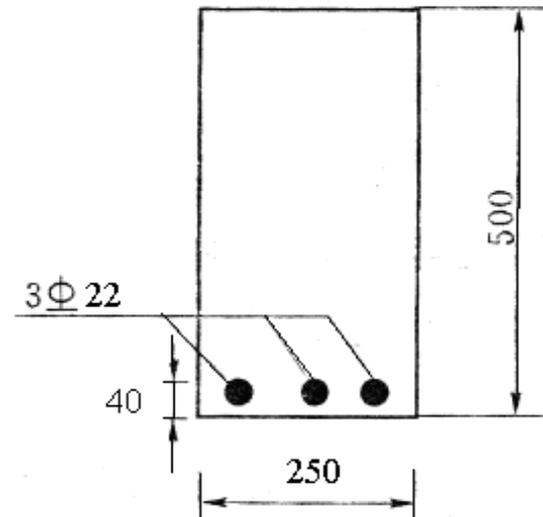
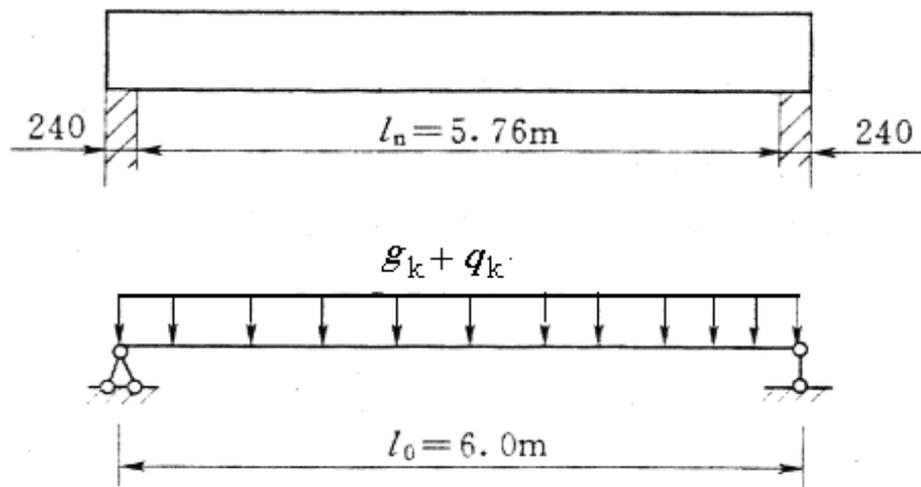
若 $x > 0.85\xi_b h_0$ ，说明将会发生超筋破坏，应取 $x=0.85\xi_b h_0$ ，则 $\xi=0.85\xi_b$ 、 $\alpha_s=\alpha_{smax}$ ，如满足公式（2-4），则构件的正截面安全，否则不安全。



单筋矩形截面正截面
受弯承载力计算流程图

【案例2-1】

某水电站厂房（2级建筑物）的钢筋混凝土简支梁，如图2-22所示。一类环境，净跨 $l_n=5.76\text{m}$ ，计算跨度 $l_0=6.0\text{m}$ ，承受均布荷载（包括自重） $g_k=12\text{kN/m}$ ， $q_k=8.9\text{kN/m}$ ，采用混凝土强度等级为C20，HRB335级钢筋，试确定该梁的截面尺寸和纵向受拉钢筋面积 A_s 。



解

查表得： $f_c = 9.6\text{N/mm}^2$ ， $f_y = 300\text{N/mm}^2$ ， $K=1.20$ 。

(1) 确定截面尺寸

由构造要求取：

$$h = (1/8 \sim 1/12) l_0 = (1/8 \sim 1/12) \times 6000 = 750 \sim 500$$

取 $h = 500\text{mm}$

$$b = (1/2 \sim 1/3) h = (1/2 \sim 1/3) \times 500 = 250 \sim 167$$

取 $b = 250\text{mm}$

(2) 内力计算

$$\begin{aligned} M &= (1.05g_k + 1.20q_k) l_0^2/8 \\ &= (1.05 \times 12 + 1.20 \times 8.9) \times 6^2 / 8 = 104.76\text{kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

(3) 配筋计算

$$\text{取 } a_s = 40\text{mm}, \text{ 则 } h_0 = h - a_s = 500 - 40 = 460\text{mm}$$

$$\alpha_s = \frac{KM}{f_c b h_0^2} = \frac{1.20 \times 104.76 \times 10^6}{9.6 \times 250 \times 460^2} = 0.248$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.248} = 0.290 < 0.85\xi_b = 0.85 \times 0.55 = 0.468$$

$$A_s = f_c b \xi h_0 / f_y = 9.6 \times 250 \times 0.290 \times 460 / 300 = 1067 \text{ mm}^2$$

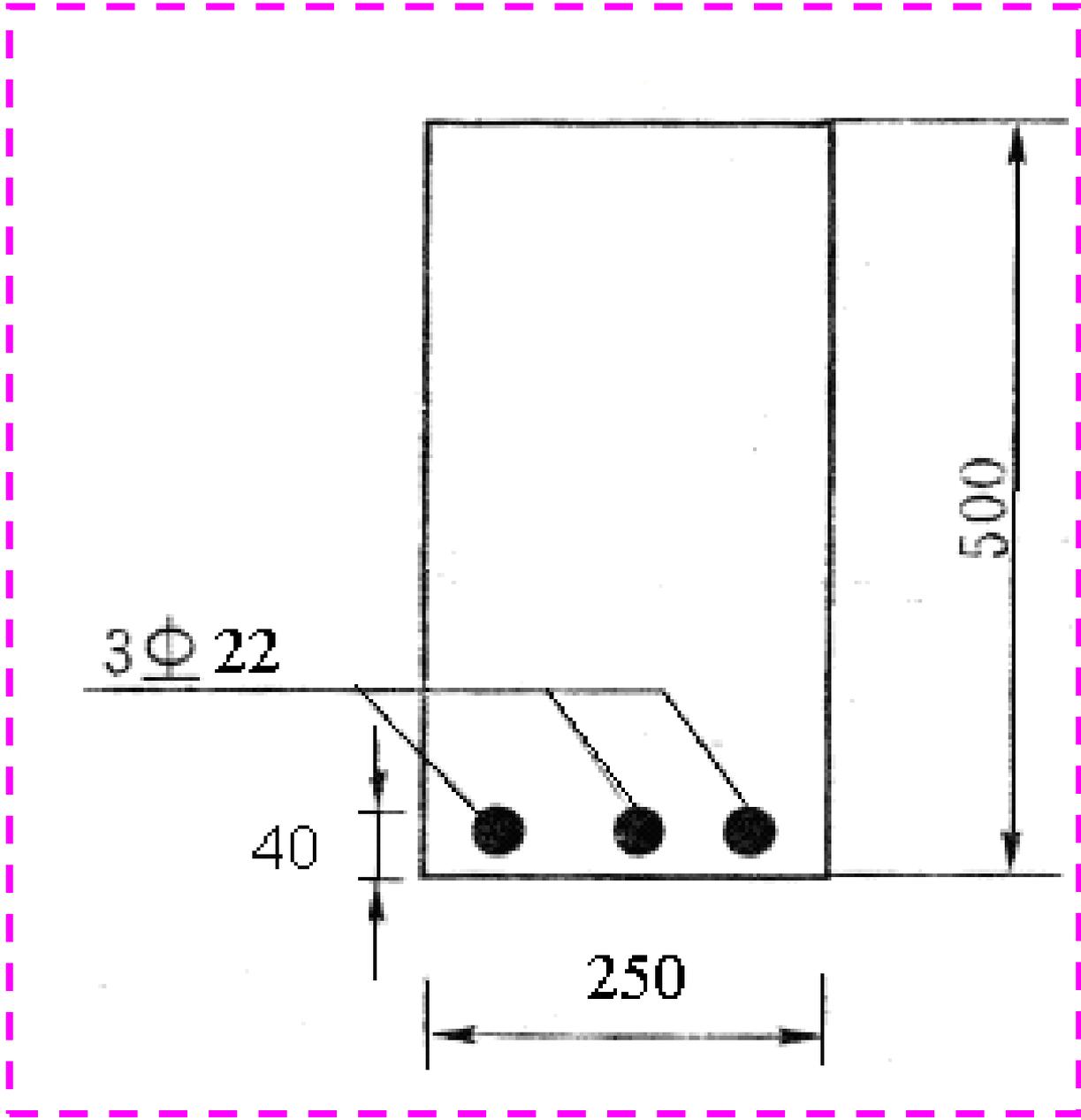
$$\rho = 1067 / (250 \times 460) = 0.93\% > \rho_{\min} = 0.2\%$$

(4) 选配钢筋，绘制配筋图

选受拉纵筋为3 Φ 22 ($A_s = 1140 \text{ mm}^2$)，需要最小梁宽

$$\begin{aligned} b_{\min} &= 2c + 3d + 2e = 2 \times 30 + 3 \times 22 + 2 \times 25 \\ &= 176 \text{ mm} < 250 \text{ mm} \end{aligned}$$

符合构造要求。配筋图如图2-22所示。



【案例2-2】

某工作机房（2级建筑物）中的现浇钢筋混凝土实心板，一类环境，计算跨度 $l_0=2380\text{mm}$ ，板上作用均布可变荷载 $q_k=3.5\text{kN/m}$ ，水磨石地面及细石混凝土垫层厚度为 30mm ，重度为 22kN/m^3 ，板底粉刷砂浆厚度为 12mm ，重度为 17kN/m^3 ，混凝土强度等级为C20，HPB235级钢筋，钢筋混凝土的重度为 25 kN/m^3 。

试确定板厚 h 和受拉钢筋截面面积 A_s 。

解：

查表得： $f_c=9.6\text{N/mm}^2$ ， $f_y=210\text{N/mm}^2$ ， $\xi_b=0.614$ ， $K=1.20$ 。

(1) 尺寸拟定

取 **$b=1000\text{mm}$** ，构造规定 ($h \geq l_0/35$)，假定板厚 **$h = 100\text{mm}$** ；

(2) 内力计算

水磨石地面自重标准值

$$30 \times 10^{-3} \times 22 = 0.66\text{kN/m}$$

板的自重标准值

$$100 \times 10^{-3} \times 25 = 2.5\text{kN/m}$$

砂浆自重标准值

$$12 \times 10^{-3} \times 17 = 0.2\text{kN/m}$$

总的自重标准值

$$g_k = 0.66 + 2.5 + 0.20 = 3.36\text{kN/m}$$

可变荷载标准值

$$q_k = 3.5\text{kN/m}$$

弯矩设计值

$$M = (1.05g_k + 1.20q_k) l_0^2/8$$

$$= (1.05 \times 3.36 + 1.20 \times 3.5) \times 2.38^2/8 = 5.47\text{kN m}$$

(3) 配筋计算

取 $a_s=25\text{mm}$ ， $h=100\text{mm}$ ，则 $h_0=100-25=75\text{mm}$ 。

$$\alpha_s = \frac{KM}{f_c b h_0^2} = \frac{1.20 \times 5.47 \times 10^6}{9.6 \times 1000 \times 75^2} = 0.122$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = \sqrt{1 - 2 \times 0.122} = 0.131 < 0.85\xi_b = 0.522$$

不会发生超筋破坏。

$$A_s = \xi h_0 f_c / f_y = 0.131 \times 1000 \times 75 \times 9.6 / 210 = 449 \text{mm}^2$$

$$\rho = A_s / (b h_0) = 449 / (1000 \times 75) \approx 0.60\% > \rho_{\min} = 0.2\%$$

说明不会发生少筋破坏，并在板的常用配筋率 $0.4\% \sim 0.8\%$ 的范围，所以拟定板厚 $h=100\text{mm}$ 合理。

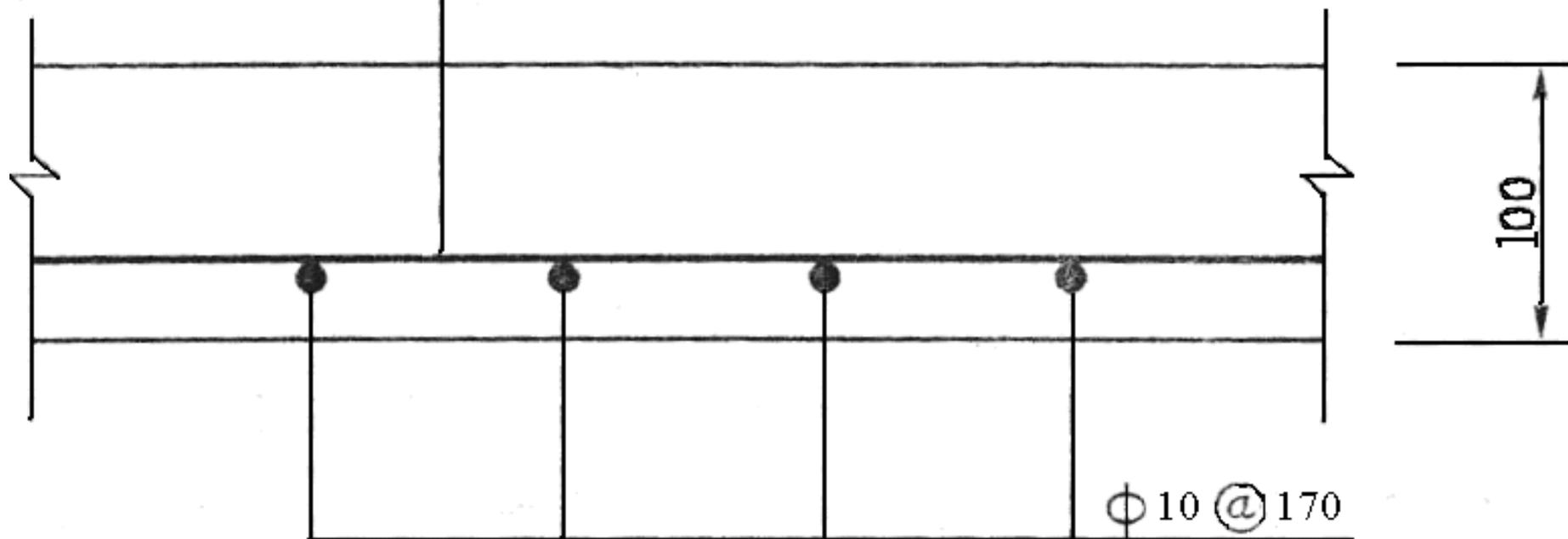
(4) 选配钢筋，绘配筋图

选受拉钢筋为 $\Phi 10@170$ ($A_s=462\text{mm}^2$)，分布钢筋为 $\Phi 6@250$ ($A_s=113\text{mm}^2$)。正截面配筋如图2-23所示。

各种钢筋间距时每米板宽中钢筋截面面积

钢筋 间距	钢筋直径为下列数值时的钢筋截面面积 (mm ²)								
	6	6/8	8	8/10	10	10/12	12	12/14	14
70	404	561	817	920	1122	1369	1616	1907	2199
80	353	491	628	805	982	1198	1414	1669	1924
90	314	436	559	716	873	1065	1257	1484	1710
100	283	393	503	644	785	958	1131	1335	1539
110	257	357	457	585	714	871	1028	1214	1399
120	236	327	419	537	654	798	942	1113	1283
130	217	302	387	495	604	737	870	1027	1184
140	202	280	359	460	561	684	808	954	1100
150	188	262	335	429	524	639	754	890	1026
160	177	245	314	403	491	599	707	837	962
170	166	231	296	379	462	564	665	785	906
180	157	218	279	358	436	532	628	742	855
190	149	207	265	339	413	504	595	703	810
200	141	196	251	322	393	479	565	668	770
220	129	178	228	293	357	436	514	607	700
240	118	164	209	268	327	399	471	556	641
250	113	157	201	258	314	383	452	534	616
260	109	151	193	248	302	369	435	514	592

分布钢筋 $\phi 6 @ 250$



100

$\phi 10 @ 170$

【案例2-3】

某泵站（2级建筑物）矩形截面梁，一类环境，截面尺寸 $b \times h = 250\text{mm} \times 600\text{mm}$ ，配置受拉钢筋为3 $\Phi 25$ ，采用混凝土强度等级为C20，HRB335级钢筋。计算该梁所能承受的弯矩设计值。

解:

查表得: $f_c=9.6\text{N/mm}^2$, $f_y=300\text{N/mm}^2$, $A_s=1473\text{mm}^2$, $K=1.20$ 。

(1) 确定受压区计算高度 x

$$h_0 = h - a_s = 600 - (30 + 25/2) = 557.5 \text{ mm}$$

$$x = \frac{f_y A_s}{f_c b} = \frac{300 \times 1473}{9.6 \times 250} = 184 \text{ mm}$$

$$< 0.85 \xi_b h_0 = 0.85 \times 0.550 \times 557.5 = 261 \text{ mm}$$

不会发生超筋破坏。

(2) 计算梁的承载力

$$M = f_c b x (h_0 - 0.5x) / K$$

$$= 9.6 \times 250 \times 184 (559 - 0.5 \times 184) / 1.20 = 205.56 / 1.20$$

$$= 171.3 \text{ kN m}$$

所以, 该梁正截面承载力为171.3 kN m。



计算严谨、配筋创新

因此设计计算时一定要细心、认真，一丝不苟，培养学生科学严谨、精益求精的工匠精神。

在选配钢筋时，钢筋的选配方案有多种，同学们要认真思考，列出多种方案，从中选出既**安全可靠**，又**节约钢筋**和**方便施工**的最优方案。